

学校编号: 10384

分类号: _____ 密级: _____

学 号: 19020101152525

UDC: _____

厦 门 大 学

硕士学位论文

微分对策及其在金融学中的应用

Differential game and its applications in finance

程 潘 红

指 导 教 师: 李时银 副教授

专 业 名 称: 应 用 数 学

论文提交时间: 2013 年 5 月

论文答辩时间: 2013 年 6 月

学位授予时间: 2013 年 6 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2013 年 6 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果已在文中以适当方式明确表明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为（ ）课题（组）的研究成果，获得（ ）课题（组）经费或实验室资助，在（ ）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其他指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其他方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1.经厦门大学保密委员会审核定的保密学位论文，于
年 月 日解密，解密后适用于上述授权。

（ ） 2.不保密，适用于上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开论文。此声明栏不填写的，默认为学位公开论文，均适用于上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

摘 要

微分对策是对策论在动态情况下的发展,故又称为动态对策。它在军事对抗、航天工程、经济与金融、资源配置领域等具有非常广泛而重要的作用。本文首先综述了半个多世纪以来微分对策发展史。

本文主体部分则是介绍微分对策在金融学中的应用。分为两个大方面,一是它在微观金融学中的应用,本文给出两个例子,即证券投资决策和期权定价。二是它在宏观金融学中的应用,本文给出了央行与公众之间博弈的微分对策模型。

在微观金融学中,当金融市场不再是稳态时,那么标的资产就不服从几何布朗运动。此时研究微分对策在证券投资决策中应用,对局中的双方分别是投资者和有界不确定干扰。本文建立微分对策模型,验证值函数的存在以及分析值函数所满足的 Isaac's-Bellman 偏微分方程,得到了三种最优投资策略,再根据值函数的边值条件,设出适合的值函数,然后在给定的每一种最优策略下求解值函数,最后能够知道当已知参数满足某一条件时,得出具体的最优投资策略。并且本文还进行了推广,讨论当投资者面对 n 种证券的投资选择时,同样能得到具体的最优投资决策。这对实际的证券投资操作有着指导意义。

而基于微分对策的期权定价和套期保值的求解过程同基于微分对策证券投资决策研究一样,关键在于验证值函数的存在、求解控制变量和求解 Isaac's-Bellman,从而得到期权的价格和套期保值策略。

本文论述的基于微分对策的央行与公众之间的博弈,是从经济增长理论和通货膨胀角度考虑,根据“比例导引”的微分对策模型,赋予变量相应的经济学涵义,从而得到相应的宏观金融博弈模型。

关键词: 微分对策; 值函数; Isaac's-Bellman PDE

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

Differential game is the development of game theory under dynamical condition, so also is called dynamical game. It has an important and wise application in the field of military strategy, aerospace engineering, economy, finance and resource allocation. The development of differential game than half a century is described.

The main body of this paper is the applications of differential in finance. On one hand, this paper introduces its applications in the micro finance by giving two examples. One is security investment decision, the other one is option pricing. On the other hand, this paper introduces its applications in the macro finance by setting up a differential game model of the center bank and people.

When financial market is not steady, then the underlying asset disobeys the geometric Brownian motion. At this time, both sides are a investor and bounded uncertain interference for security investment decision based on differential game. Setting up a differential game model, proving the existence of value function and analyzing Isaac's-Bellman PDE whether value function satisfies. Then three optimal investment strategies are obtained under analyzing Isaac's-Bellman equation. This paper sets a suitable value function, then for every given optimal investment strategy, the corresponding value function is obtained. And when known quantities satisfy a certain condition, the specific strategy will be obtained. Moreover when a investor has n kinds of securities, the specific investment decision still be obtained.

The applications of differential game in option pricing and hedging are described. The solution procedure of option pricing and hedging based on differential game is the same as security investment decision based on differential game. The key lies in proving the existence of value function and solving Isaac's-Bellman.

The paper considers the macro financial game between the central bank and people from the angle of Theory of Economic Growth and inflation and assigns to the variables in Proportional Navigation corresponding meanings of Economics. At the end, the differential game model of the macro financial game is obtained.

Keywords: differential game; value function; Isaac's-Bellman PDE

厦门大学博士论文摘要库

目 录

中文摘要.....	I
英文摘要.....	III
中文目录.....	V
英文目录.....	VII
第一章 微分对策发展史.....	1
第二章 预备知识	3
2.1 定量微分对策.....	3
2.2 值函数与 Cauchy 问题.....	4
2.2.1 值函数.....	4
2.2.2 IB 偏微分方程和 Cauchy 问题.....	5
第三章 微分对策在金融学中的应用.....	6
3.1 微分对策在微观金融学中的应用.....	6
3.1.1 微分对策在证券投资决策中的应用.....	6
3.1.2 微分对策在期权定价和套期保值中的应用.....	20
3.2 微分对策在宏观金融学中的应用.....	30
3.2.1 完全信息条件下央行与公众的金融博弈.....	30
3.2.2 基于微分对策的央行与公众宏观金融博弈.....	31
第四章 微分对策的其他应用和前景展望.....	35
第五章 总结	37
参考文献	39
致 谢	42

厦门大学博硕士论文摘要库

Contents

Chinese abstract.	I
English abstract.	III
Chinese contents.	V
English contents.	VII
Chapter 1 The history of differential game development.	1
Chapter 2 Preliminary knowledge.	3
2.1 The quantitative differential game.	3
2.2 Value function and Cauchy problem.	4
2.2.1 Value function.	
4	
2.2.2 IB-PDE and Cauchy problem.	5
Chapter3 The applications of differential game in finance.	6
3.1 The applications of differential game in micro finance.	6
3.1.1 The applications of differential game in security investment decision.	
.....	6
3.1.2 The applications of differential game in option pricing and	
hedging.	20
3.2 The applications of differential game in macro finance game.....	30
3.2.1 Finance game between the central bank and people under the complete	
condition.	30
3.2.2 Macro finance game between the central bank and people based on	
differential game.	31
Chapter 4 Other applications of differential game and its prospects	
.....	35
Chapter 5 Summary.....	37

References.....	39
------------------------	-----------

Acknowledgedly.....	42
----------------------------	-----------

厦门大学博士论文摘要库

第一章 微分对策发展史

上个世纪 40 年代，由于生产的发展，尤其是二战的发生，使得军事斗争异常激烈。大批的科学家和工程师都投身于数学的实际应用研究，开始很关心军事问题，分析对抗，期望为军事决策者提供策略依据，因此带动了应用数学的迅速发展，而且一些新的应用数学理论如雨后春笋般的破土而出，如：线性规划，动态规划，对策论等。紧接着美国兰德公司的 Isaac's（伊萨克斯）博士在对策论的基础上开创了微分对策的研究工作，于 1965 年出版了《微分对策》一书，标志着微分对策时代的到来。

同时期，苏联的庞特里雅金等人发表了《关于最优过程理论》的文章，这可以说是在最优控制方面的第一篇论文，揭开最优控制理论研究的序幕。以庞特里雅金为代表的数学家于 1961 年出版《最优过程的数学理论》这一名著，建立了最大值原理，解决了以常微分方程为模型的线性系统最优控制问题。从历史的角度来看，微分对策和最优控制理论的早期工作几乎是独立的。Isaac's 对于微分对策的研究工作也是他独立完成的，只是在最优控制问世后，采用了其状态向量，控制向量等概念。那么两者有着什么关系呢？学习了相关知识后，发现微分对策是由利益相反的双方进行控制的控制过程，在此过程中，双方利用各自的控制，试图达到自己的目的，寻求最大值中的最小值及最小值中的最大值，而最优控制是单人微分对策，寻求最大值或最小值。微分对策和最优控制两者相互启发，相互影响，相互促进，分别是对策论和控制论中的两朵奇葩，在科学的百花园里茁壮成长，绽放着异样的光彩。具体关于两者的比较可参阅[1]。

自 Isaac's 带来微分对策以来，国外学者对于微分对策的研究热情一直高涨，美国科学家 Friedman^[2]严格证明了微分对策值与鞍点的存在性，从而奠定了微分对策坚实的理论基础。Lucks^[3]讨论了具有二次型目标泛函的线性微分对策中平衡反馈控制问题。著名美国数学家 Nash 则是最先将微分对策理论引入经济学领域，并由于他的出色工作而荣获诺贝尔经济学奖。他主要研究线性二次微分对策，现也称为 Nash 微分对策。近年来，将微分对策应用于金融领域的研究越来越活

跃。由于应用范围的拓宽，，所以推动了微分对策学科的发展。国内对于微分对策的研究始于张嗣瀛院士，以他为代表的科学家用控制理论的思想和方法对微分对策做过系统的研究，并提出双方极值定理^[4]。海军大连舰艇学院的李登峰教授也在上个世纪 90 年代开始了微分对策的研究，在兵力增援、舰艇对抗等方面进行了研究，并且取得了不错的成就。他系统地介绍了微分对策概念、理论、方法与应用，介绍了微分对策的经典理论，可参阅[5]。

随着研究的深入，微分对策有了很大的发展，而且种类繁多。如：按照是否有目标泛函的标准分为定量微分对策和定性微分对策。定量微分对策与最优控制理论中极值问题相对应的，定性微分对策则是与能控性问题相对应。定量微分对策是使用双方极值定理和变分法，将求解微分对策最优控制策略问题转化为求一组 Hamilton 方程组解问题。它是以得到最优控制策略和相应的支付值为目的。而定性微分对策则是以对抗中某种预期结果能否实现为研究目的，我们分析界栅 (barrier) 存在性和位置，以期望在对抗中处于有利地位。按照双方对应的目标泛函（支付值）是否为零，分为两人零和微分对策和两人非零和微分对策。按照双方是否有合作，分为两人合作微分对策和两人非合作微分对策。按照局中人的数目，分为两人微分对策和多人微分对策。按照局中人合作程度不同，分为 Nash 平衡和拍累托最优和协商微分对策等多种形式^[6]。按照状态方程的运动类型的不同，分为常微分微分对策，偏微分微分对策，随机微分对策。即分别用常微分方程 (ODE)、偏微分方程 (PDE)、随机过程来描述运动状态。按照信息结构是否完全，分为完全信息、不完全信息和无信息微分对策。此外对于主从微分对策、模糊微分对策、协商微分对策等的研究也取得了一定的发展。如今，对于微分对策的研究在于与其他相关学科进行适当的糅合，实现它更宽广的应用，以及在微分对策的解析解不易求得时，对于解的探索也取得了进步。

本文接下来将分成四章来阐述。第二章是预备知识，引用双方极值定理，值函数定义和 Isaac's-Bellman 方程。第三章是文章主体。重点讲述微分对策在金融学中的应用。而金融学又分为微观和宏观，因此分别给出了微分对策在这两个方面应用的具体例子。第四章是对微分对策发展前景的展望，从八个方面进行了叙述。第五章是总结。概括了本文每个章节的内容，清晰明确。

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库